

高専専攻科における テンソルデータ処理 プログラミング教育の実践

○ 山本 直樹* 石田 明男** 村上 純*

熊本高等専門学校 * 電子情報システム工学系, ** リベラルアーツ系

1

はじめに

テンソルは、データ処理では多次元配列として利用される重要なデータ構造の1つであり、テンソル分解の形で信号処理、数値線形代数、コンピュータビジョン、数値解析、データマイニング、グラフ解析、神経科学など幅広い分野で応用されている。

ここでは、本校専攻科での講義で実施されているテンソルデータ処理教育の事例について報告する。

以下に、本報告中で利用される用語について簡単な説明を挙げておく。

- (1) 本報告においては、**テンソルは多次元配列**のことを指す。
- (2) **行列展開**: テンソルを行列に展開する処理のこと。
- (3) **畳み込み**: 行列展開の逆の処理で、行列展開された行列をテンソルに戻す。
- (4) **モード積**: テンソルと行列の積の演算のこと。
- (5) **テンソル分解**: テンソルを低次元データの積や和などに分解するもの。この分解の1つに**高次特異値分解(HOSVD)**がある。

2

テンソルデータ処理を実施する科目の概要

- 科目: **データサイエンス**
(本校専攻科電子情報システム工学専攻1年・後期, 選択2単位)
- 内容:
(基礎) データの演算, 行列演算, 基本統計量計算, グラフ作成など
(手法の学習) 主成分分析, 因子分析, クラスタ分析,
線形・非線形回帰分析, 自己組織化マップ,
決定木・回帰木, サポートベクターマシン,
高階テンソル, テンソル分解 ← **テンソルデータ処理**
- 使用プログラミング言語: R
- 基本的にはRを用いて上記内容の例題, ケーススタディに取り組む。

3

テンソルデータ処理(高階テンソル)の内容

講義内容	例題	学習教材(自学自習)
• 高階テンソルの概要・定義 ※ 今後、概要に高階を扱う意味・意義も含める予定	• 3階テンソルの生成 • 3階テンソルの n -モード行列展開の処理	• 独自開発された学習教材に取り組む。
• テンソル用RパッケージrTensorの概要	• 3階テンソルの n -モード積の演算	• 行列展開, モード積, 畳み込みについて, Rで教材の解答を確かめながら学習し, より理解を深める。
• n -モード行列展開の概要・定義	• 高階テンソルは3階以上 • 3階を例に取り上げる	※ スライド5~10の教材例を参照
• 関数unfoldの仕様		
• n -モード積の概要・定義		
• 関数ttmの仕様		
• 畳み込みの概要		
• 関数foldの仕様		

4

教材例1

【問1】左上図の3階テンソル \mathcal{A} において、次の行列展開を行ったとき、
 $\text{unfold}(\mathcal{A}, \text{row_idx}=1, \text{col_idx}=\text{c}(3,2))$
 右下図の()内にモード番号と、セル内に行列要素の中身(色番号)を記述せよ。

問1の解答

3階テンソル \mathcal{A}

マクマホン立方体による行列展開の例題と解答例

(1)-mode

(3)-mode

(2)-mode

(3)-mode

(3)-mode

(3)-mode

5

教材例2

【問8】下図の3階テンソル \mathcal{A} と行列 U の2-モード積 $\mathcal{A} \times_2 U$ を求めよ。ただし、テンソル \mathcal{A} の要素について、○内の値は色番号を示し、色番号のない要素値はゼロとする。なお、答えは色つきの立方体を配置して示すこと。

3階テンソル \mathcal{A}

行列 U

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

マクマホン立方体によるモード積の例題

6

問8の解答

モード積の解答例

$\mathcal{A} \times_2 U = U \text{unfold}(\mathcal{A}, 2, \text{c}(1,3)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

fold

$\text{ttm}(\mathcal{A}, U, m=2)$ と等しい

7

教材例3

【問15】問14で作成された3階テンソル \mathcal{A} と図15(c)に示す行列 U の1-モード積を取ったとき、得られた3階テンソルを前面、上面、左面から見た透視図(図15(b)のような図)を求めよ。また、玉の入り方を1-モード行列展開で表せ。

立体パズルによる応用問題

図15(a) 問14の立方体

図15(b) 問14の透視図

図15(c) 行列 U

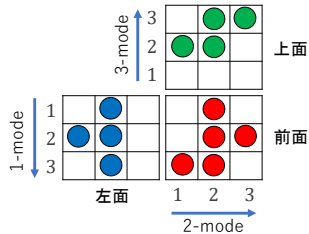
$$U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8

問15の解答

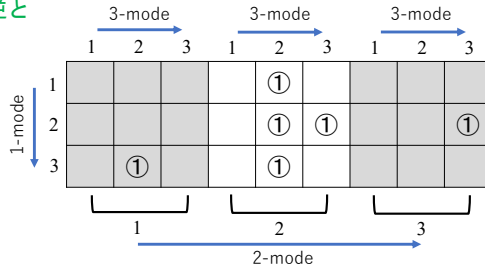
$\text{ttm}(\mathcal{A}, \mathbf{U}, m=1)$

答えの透視図：次スライドのRスクリプト参照。関数modeSumを利用。透視図とRの結果ではモードの方向が逆となる場合があります見方に要注意。



立体パズルによる
応用問題の解答例

玉の入り方の1-モード行列展開表現



解答例のRスクリプト

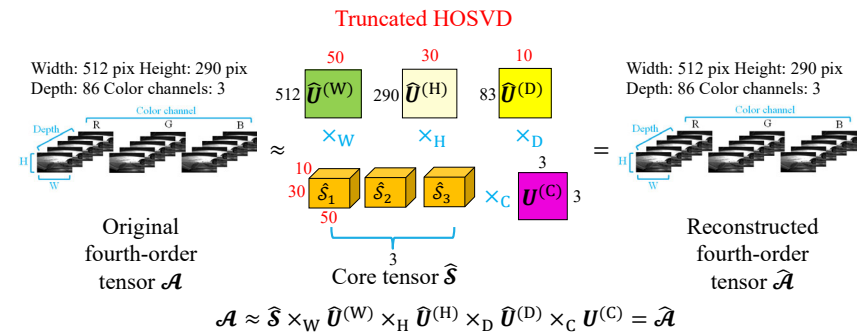
問15の解答のRスクリプト

```
# 問15
library(rTensor)
U <- matrix(c(0,0,1,0,1,0,1,0,0),3,3)
A15 <- ttm(A14, U, m=1) # 問14の3階テンソルA14を利用する
Ans15 <- unfold(A15, 1, c(3,2)) # 答えの1-モード行列展開
Ans15@data
Ans15_f <- modeSum(A15, m=3, drop=TRUE) # 前面の透視図
Ans15_f@data # 行:1-モード、列:2-モードで表示
Ans15_t <- modeSum(A15, m=1, drop=TRUE) # 上面の透視図
t(Ans15_t@data) # 行:3-モード、列:2-モードで表示
Ans15_l <- modeSum(A15, m=2, drop=TRUE) # 左面の透視図
Ans15_l@data # 行:1-モード、列:3-モードで表示
```

テンソルデータ処理(テンソル分解)の内容

講義内容	例題
<ul style="list-style-type: none"> テンソル分解の概要 高次特異値分解(HOSVD)の定義 HOSVDのアルゴリズム ※スライド16参照 関数hosvdの仕様 テンソルのフロベニウスノルムの定義 カラー画像のHOSVDの概要 動画処理用Rパッケージimagerの概要 画像の評価尺度PSNRの概要・定義 カラー動画のHOSVDの概要 動画編集用ソフトFFmpegの概要 動画データの预处理 HOSVDの圧縮率の定義 	<p>(基礎: 簡単な数値データの分解)</p> <ul style="list-style-type: none"> 3階テンソルのHOSVD 元の3階テンソルへの再構成処理 コアテンソルの演算 <p>(応用: 画像・動画データ分解)</p> <ul style="list-style-type: none"> カラー画像(3階テンソル)のHOSVD 元画像と再構成画像の比較, PSNR計算 カラー動画(4階テンソル)のHOSVD 元動画と再構成動画の比較, 圧縮率計算 ※スライド12~14参照

テンソル分解の例題
カラー動画のHOSVD

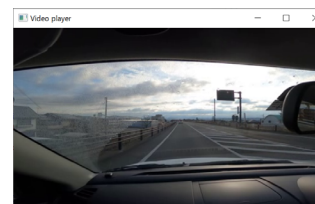


テンソル分解の例題 【例3-2】 RGB動画像のHOSVD

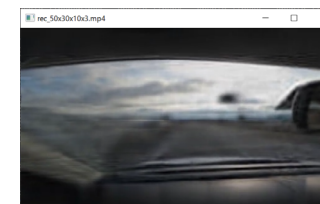
```
# HOSVDの計算(サイズ50x30x10x3のコアテンソルを得るとき)
hosvdB <- hosvd( A, ranks=c(50, 30, 10, 3) )
recB <- hosvdB$est@data # 再構成動画の取得
recvideo2 <- as.cimg( recB ) # 再構成動画をcimg形式に変換
play( recvideo2, loop=TRUE ) # ビデオの再生
save.video( recvideo2, "rec_50x30x10x3.mp4", fps=30 )
c_ratio <- 1-(w*50+h*30+d*10+s*3+50*30*10*3)/(w*h*d*s) # 圧縮率の計算
```

テンソル分解の例題 元動画像と再構成動画像の比較(例3-2の実行例)

> play(recvideo2, loop=TRUE) # 再構成動画像の表示



元動画像



コアテンソルのサイズを50 × 30 × 10 × 3とした場合の再構成動画像(圧縮率:約0.998)

行列展開、モード積、畳み込みに関する理解度の確認

- 令和元年・2年度の受講学生に筆記テストにより確認した。
- テスト問題は開発した教材の例題の中からアレンジして出題。

	R1年度学生の正解率	R2年度学生の正解率
行列展開	受講者全体の約89%	受講者全体の約94%
畳み込み	約96%	約97%
モード積	約82%	約88%
全問正解	約74%	約84%

HOSVDアルゴリズムの実装状況の確認

- 令和元年・2年度の受講学生にレポートにより確認した。
- HOSVDアルゴリズムの処理のイメージ図を提示し、3階テンソルの場合のHOSVDを実装するように出題した。ただし、関数hosvdは利用できないものとした。

実装状況

R1年度学生: 受講者全体の約93%が実装できていた。
R2年度学生: 約84%が

まとめ

- 今回テンソルデータ処理教育の実践事例について報告した。
- 本教育の特徴:
 - 教材や例題にマクマホン立方体, 立体パズル, カラー画像・動画像を用いており, 視覚的にも処理結果を確認しやすい。
- 行列展開, モード積などに関する理解度確認のテスト結果:
 - 全問正解の学生が約7割以上あることから概ね理解できているものと考えられる。
- HOSVDアルゴリズムの実装状況のレポート確認:
 - 約8割以上の学生が実装できていることが分かった。

17

今後の改善

- 初めに3階以上の高階を扱う意味や意義を理解させる。
 - 比較対象となる同種の事例がないが, 本事例をさらに改善していきたい。
 - ※ 「テンソル分解」をシラバスで検索: 立教大学, 電気通信大学, 京都大学, 中央大学にあり
 - ※ ただし, 本専攻科のように詳しくはなく, もちろんパズル等の利用もなし
 - ※ 理研のTensor Learning Teamは早稲田大学などでレクチャー
 - ※ 海外ではイリノイ大学アーバナ・シャンペーン校でかなり詳しく教えている(クイズ形式もあり)
 - 理解できなかった学生の分析と理解させるための工夫
- TensorFlowなど、AI関係の基礎としてもテンソルデータ処理は大事
• 3Dパズルなどを用いた学習支援ツールを充実させ教育に利用したい

18